UNIDAD 7 DERIVABILIDAD

1.- Utilizando la definición de derivada, hallar las derivadas de las funciones siguientes en los puntos que se indican:

$a)\quad f(x) = x^2 + 4x - 5 \qquad en \quad x = -2$

$b)\quad f(x) = \dfrac{-3}{x+1} \qquad en \quad x = 2$

$c)\quad f(x) = \sqrt{x} \qquad en \quad x = 3$

$d)\quad f(x) = \left|4 - x^2\right| \qquad en \quad x = -1$

2.- Utilizando la definición de derivada, hallar las derivadas de las funciones siguientes en los puntos que se indican:

$a)\quad f(x) = \sqrt{x-5} \qquad en \quad x = 9$

$b)\quad f(x) = x \cdot \ln\left(1 + \dfrac{1}{1+x^2}\right) \qquad en \quad x = 0$

3.- Hallar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva del ejercicio 1a en el punto en el que se indica en dicho ejercicio.

4.- Analizar la derivabilidad de la función del ejercicio 1d en el punto x = -2.

5.- Analizar la derivabilidad de la función $f(x) = \sqrt{x^2 \cdot (x+1)}$ en el punto x = 0.

6.- Analizar la continuidad y derivabilidad de la función siguiente en x = 0.

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{1+e^{1/x}} & si \quad x \neq 0 \\ 0 & si \quad x = 0 \end{cases}$$

7.- Utilizando la definición de derivada, hallar la función derivada de las siguientes funciones:

$a)\quad f(x)=\dfrac{1}{x+2}$ $\qquad b)\quad f(x)=\sqrt{x+2}$

$c)\quad f(x)=E(x)$ $\qquad d)\quad f(x)=\dfrac{x}{|x|}$

8.- Hallar las derivadas de las funciones siguientes:

1. $y=\dfrac{x^3-2x+3}{x^4+x^3-3x^2+4}$ 2. $y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$ 3. $y=\sqrt[3]{\operatorname{sen}^2(x^2+1)}$ 4. $y=e^{\ln 2x}$
5. $y=\ln\left(\dfrac{1+\operatorname{tg}(x/2)}{1-\operatorname{tg}(x/2)}\right)$ 6. $y=\dfrac{1-x}{\sqrt{1-x^2}}$ 7. $y=\cos^2\left(\dfrac{1}{\operatorname{tg}x^3}\right)$ 8. $y=x^x$

9.- Hallar las derivadas de las funciones siguientes:

1. $y=\operatorname{arctg}(1+x^2)$ 2. $y=\operatorname{sen}x^{2csx}$ 3. $y=e^{3x}\cdot\sqrt{x^2+1}$ 4. $y=\dfrac{5^x\cdot x^5}{\sqrt{5x}}$
5. $y=\operatorname{arcsen}\sqrt{1-4x^2}$ 6. $y=\operatorname{tg}^5\left(\sqrt{\operatorname{sen}(x/2)}\right)$ 7. $y=\ln\left(\dfrac{1}{\ln x}\right)$ 8. $y=2^{\operatorname{sen}\pi x}$

10.- Sea la función $f(x)=\sqrt{\dfrac{1+\operatorname{sen}x}{1-\operatorname{sen}x}}$.

a) Hallar su dominio.
b) Hallar su función derivada.

11.- Hallar las derivadas de las siguientes funciones:

$a)\quad y=\ln\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$ $\qquad b)\quad y=\ln(x\operatorname{tg}x)$ $\qquad c)\quad y=\ln\left(\dfrac{1}{x^2}\cdot\sqrt[3]{x^2-1}\right)$ $\qquad d)\quad y=\ln\sqrt[3]{\dfrac{1}{(1+x)^2}}$

$e)\quad y=(\ln x)^{x+1}$ $\qquad f)\quad y=x^{e^x}$ $\qquad g)\quad y=x^{\operatorname{tg}x}$ $\qquad h)\quad y=\sqrt{x\sqrt{x+1}}$

12.- Hallar los puntos de tangente horizontal de las funciones siguientes:

$a)\quad y=\dfrac{x}{(x+3)^2}$ $\qquad b)\quad y=e^x(x-1)$ $\qquad c)\quad y=\operatorname{sen}x+\cos x$

13.- Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + m & si \quad x \le 1 \\ -x^2 + nx & si \quad x > 1 \end{cases}$$

a) Hallar m y n para que f sea derivable en todo **R**

b) ¿En qué puntos es f¨(x)=0?

14.- Hallar la derivada n-ésima de la función $f(x) = e^{2x}$.

15.- Hallar el valor de la derivada de la función $\cos(x+y) + \mathrm{sen}(x-y) = 0$ en el punto $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right)$.

16.- Analizar la derivabilidad de la función $f(x) = \frac{|x|}{x^2 - 1}$ en x = 0.

17.- Sea la función y = senx , halla un punto en el intervalo $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ en el que la tangente sea paralela a la cuerda que pasa por los puntos $(0, 0)$ y $\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$.

18.- Demostrar que existe un punto de la curva $f(x) = e^x + \mathrm{arctg}\, x$ cuya tangente (en ese punto) es paralela a la recta y = 3x + 2.

19.- Determinar a y b para que la siguiente función sea continua en todo R:

$$f(x) = \begin{cases} a(x-2)^2 & si \quad x \le 0 \\ b & si \quad 0 < x < 5 \\ -\frac{1}{x^2} & si \quad x \ge 5 \end{cases}$$

Para esos valores de a y b, analizar la derivabilidad de la función.

20.- Hallar los máximos, mínimos y puntos de inflexión de las funciones siguientes:

$a)\quad y = x^3 - 3x^2 - 9x + 22 \qquad b)\quad y = x^4 + 2x^2 \qquad c)\quad y = \dfrac{1}{x^2+1} \qquad d)\quad y = e^x(x-1)$

21.- Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos de:

$a)\quad y = \dfrac{8-3x}{x(x-2)} \qquad b)\quad y = \dfrac{x^2+1}{x^2-1} \qquad c)\quad y = \dfrac{x^3}{x^2-1} \qquad d)\quad y = \dfrac{(x-1)(x-2)}{x(x-3)(x-4)}$

22.- Estudiar concavidad, convexidad y puntos de inflexión de las funciones:

$a)\quad y = (x-2)^4 \qquad b)\quad y = x^3 - 3x + 4 \qquad c)\quad y = x \cdot e^x \qquad d)\quad y = \ln(x+1)$

23.- Demostrar que la recta $y = -x$ es tangente a la curva $y = x^3 - 6x^2 + 8x$. Hallar el punto de tangencia y estudiar si esa recta corta a la curva en otro punto distinto al de tangencia.

24.- Hallar el valor de **c** de modo que la función $f(x) = \dfrac{e^x}{x^2+c}$ tenga un único extremo relativo. ¿Se trata de un máximo o de un mínimo?.

25.- Analizar el crecimiento de la función $f(x) = e^x \cdot (\cos x + \operatorname{sen} x)$ y determinar los extremos relativos para $x \in [0\,,\, 2\pi]$.

26.- Calcular los límites siguientes:

1. $\lim\limits_{x\to 0^+} x^2 \cdot \ln x$ 2. $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{-3/x}$ 3. $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{\operatorname{sen} x}$ 4. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x - e^{-x}}{\operatorname{sen} x}$

5. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln x}{x-1}$ 6. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\operatorname{sen}^2 x} - \dfrac{1}{x^2}\right)$ 7. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x - \ln(1+x)}{[x+\ln(1+x)]^2}$ 8. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{arcsen} x}{\operatorname{tg} x}$

27.- ¿Se puede aplicar el Teorema de Rolle a $f(x) = \dfrac{x^2-4x}{x-2}$ en el intervalo [0,4]?

28.- Analizar si la siguiente función satisface el Teorema de Rolle en el intervalo [0,2] :

$$f(x)=\begin{cases} x & si \quad 0\le x\le 1 \\ 2-x & si \quad 1<x\le 2 \end{cases}$$

29.- La función $f(x)=3+\sqrt[5]{x^2}$ verifica que f(-1) = f(1), y sin embargo, su derivada no se anula en ningún punto del intervalo (-1 , 1). ¿Contradice este hecho el Teorema de Rolle?

30.- Sea $f(x)=x^3+ax^2+bx+7$. Hallar a y b de manera que la gráfica de la función tenga para x=1 una inflexión cuya recta tangente en ese punto forme un ángulo de 45° con el eje OX.

31.- Demostrar que existe un punto C de abscisa $c\in(1,e)$ tal que la tangente a la gráfica de la función f(x) = 2lnx + 3 en C es paralela a la recta que pasa por A(1,3) y B(e,5).

32.- Un objeto se mueve en el eje OX según la fórmula x(t) = 5 + ln(1+t) (t =tiempo), calcular la velocidad media entre t=0 y t=2. ¿En qué momento alcanza dicha velocidad media?

33.- Hallar la base y la altura de una cartulina rectangular de 60 cm de perímetro que, al dar la vuelta completa alrededor de un lado vertical, genere un cilindro de volumen máximo.

34.- Queremos hacer un envase con forma de prisma regular de base cuadrada y capacidad 80 cm^3. Para la tapa y la superficie lateral usamos un determinado material, pero para la base debemos emplear un material un 50% más caro. Hallar las dimensiones de este envase para que su precio sea el menor posible.

35.- Calcular el punto de la curva $y=\dfrac{1}{1+x^2}$ en el que la pendiente de la recta tangente sea máxima.

36.- El consumo de un coche depende de la velocidad en km/h según la función

$f(v)=\dfrac{3\cdot e^{0,011\cdot v}}{v}$ litros/km.

a) ¿Cuál es la velocidad más económica?.

b) ¿Cuántos litros por cada 100 km se gastarán a esa velocidad?

37.- El valor de un rubí es proporcional al cuadrado de su peso. Divide un rubí de 2 gr en dos partes de modo que la suma de sus valores sea mínima.

38.- Hallar el radio de la base y la altura de un cilindro inscrito en una esfera de radio R en cada uno de los caso siguientes:

a) El volumen del cilindro sea máximo.

b) El área lateral del cilindro sea máxima.

39.- Si de un disco metálico quitamos un sector circular, podemos construir un vaso cónico. Determina el sector circular que debemos quitar para que el volumen del vaso sea máximo.

40.- Dos postes de 12 y 18 m de altura distan entre sí 30 m. Se desea tender un cable uniendo un punto del suelo entre los dos postes con los extremos de estos. ¿Dónde hay que situar el punto del suelo para que la longitud total del cable sea mínima?.

41.- Estudio y representación de las funciones siguientes:

$a)\quad y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 \qquad b)\quad y = \left|x^2 - 4x + 3\right| \qquad c)\quad y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 - 9}$

$d)\quad y = \dfrac{x}{x^2 - 1} \qquad e)\quad y = \dfrac{x}{1 + x^2} \qquad f)\quad y = \dfrac{x^2 - 1}{x}$

42.- Estudio y representación de las funciones siguientes:

$a)\quad y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2} \qquad b)\quad y = \sqrt[3]{4 - x^2} \qquad c)\quad y = e^x \cdot \ln x$

$d)\quad y = \dfrac{\ln x}{x} \qquad e)\quad y = x \cdot \ln x - 1 \qquad f)\quad y = x^2 \cdot e^{-x}$

43.- Estudio y representación de la función:

$$f(x)=\begin{cases} |x^2-2x| & si \quad x\le 2 \\ 1+\ln x & si \quad x>2 \end{cases}$$

44.- Una hoja de papel debe tener 18 cm^2 de texto impreso, márgenes superior e inferior de 2 cm de altura y márgenes laterales de 1 cm de anchura. Obtener razonadamente las dimensiones que minimizan la superficie de papel.

45.- Hallar las dimensiones de un depósito abierto superiormente, en forma de prisma recto de base cuadrada, de 500 m^3 de capacidad, que tenga un revestimiento de coste mínimo.

46.- Estudio y representación de las funciones siguientes:

$a)\quad y=\operatorname{sen} x+\cos x \qquad\qquad b)\quad y=\operatorname{sen}^2 x$

$c)\quad y=\operatorname{sen} 4x \qquad\qquad d)\quad y=\operatorname{arctg} x$

47.- Estudio y representación de la función:

$$f(x)=x^2\cdot|x-3|$$

48.- Dado r>0, demostrar que entre todos los números positivos x e y tales que $x^2+y^2=r$, la suma x + y es máxima cuando x = y.

49.- Hallar a y b para que la función:

$$f(x)=\begin{cases} ax-3 & si \quad x<4 \\ -x^2+10x-b & si \quad x\ge 4 \end{cases}$$

cumpla las condiciones del teorema del valor medio en el intervalo [2,6]. ¿Dónde cumple la tesis del teorema?.

50.- La función $f(x)=\dfrac{|x|}{x}\cdot\cos x$, definida en (0,π], ¿cumplirá el Teorema de Rolle?. ¿Tiene algún punto con tangente horizontal en dicho intervalo?.

EJERCICIOS DE REPASO (Propuestos en PAEG)

51.- Sea la función:

$f(x)=\begin{cases} x+b & si \quad x<0 \\ ax^2+3 & si \quad x\geq 0 \end{cases}$. Determinar a y b para que sea continua y no derivable en x = 0.

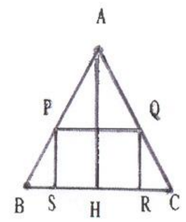
52.- La función $f:[0,5]\to R$ *dada por* $f(x)=\begin{cases} ax+bx^2 & si \quad 0\leq x<2 \\ c+\sqrt{x-1} & si \quad 2\leq x\leq 5 \end{cases}$ es derivable en (0 , 5) y verifica que f(0) = f(5). Determiar a , b y c.

53.- Calcular: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-senx}{tgx-senx}$

54.- Enunciar la Regla de L´Hôpital y calcular el límite siguiente:

$$\lim_{x\to 0}\frac{4(x-\ln(1+x))}{x\cdot \ln(1+x)}$$

55.- El triángulo BAC es isósceles en A. La base (BC) mide 12 cm. y la altura (AH) mide 18 cm. Se quiere inscribir un rectángulo PQRS de superficie máxima. Determina las dimensiones de este rectángulo.



56.- El coste de producción de x unidades de un producto viene dado por por la expresión $C=x^2-300x+100$ céntimos de euro y el precio de una unidad es $U=1000-x$ céntimos de euro. ¿Cuántas unidades se deben vender para que el beneficio sea máximo?

57.- Un alambre de 100 m de largo se divide en dos trozos. Con uno de los trozos se forma un cuadrado y con el otro una circunferencia. Halla la longitud de los trozos para que la suma de las áreas del cuadrado y del círculo sea mínima.

58.- Determinar b y c para que la función $f(x)=\begin{cases} x^3 & si \quad x\le 2 \\ -x^2+bx+c & si \quad x>2 \end{cases}$:

a) Sea derivable en todo R.

b) Halla la ecuación de la recta tangente en el punto de abscisa x = 1.

59.- De todos los prismas rectos de base cuadrada y tales que el perímetro de una cara lateral es de 30 cm, halla las dimensiones del que tiene volumen máximo.

60.- Estudia el crecimiento y la concavidad de la función $f:(0,+\infty)\to R$ definida por

$$f(x)=\frac{\ln x}{x}$$

61.- a) Halla los valores de los coeficientes b , c y d para que la gráfica de la función $y=x^3+bx^2+cx+d$ corte al eje OY en el punto (0 , -1), pase por el punto (2 , 3) y, en ese punto, tenga tangente paralela al eje OX.

b) Una vez hallados esos valores, halla los máximos y mínimos relativos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la la citada función.

62.- Determinar los valores a, b y c $\in R$ para los que la función $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ pase por el origen de coordenadas, tenga un punto de inflexión en x = -1, y su recta tangente en x = 1 tenga pendiente 3.

63.- Enuncia el teorema de Rolle. En los ejemplos siguientes f(-2) = f(2) pero no hay nigún valor $c\in(-2,2)$ tal que f(c) = 0. Justifica en cada caso por qué no contradicen el teorma de Rolle. $a) \quad f(x)=\dfrac{1}{x^4} \quad , \quad b) \quad g(x)=2-|x|$.

64.- Para la función $f(x)=(x+2)\cdot e^x$, se pide: a) Dominio y continuidad. b) Determina sus puntos de corte con los ejes. c) Obtén las coordenadas de los máximos y mínimos relativos. d) Determina las coordenadas de los puntos de inflexión.

65.- a) Define el concepto de función continua en un punto.

b) Establece de forma razonada el dominio de $f(x)=\dfrac{e^{3x}-e^{-3x}}{4x}$.

c) Determina el valor real para el que $g(x)=\begin{cases} f(x) & si \quad x\neq a \\ b & si \quad x=a \end{cases}$ sea continua.

66.- Enuncia el Teorema de Lagrange. Sea la función $f(x)=\dfrac{1+x}{2-x}$, se pide:

a) ¿Se puede aplicar dicho teorema a f(x) en [1 , 6]?.

b) ¿Y en el intervalo [3 , 11]?.

c) Si en algún caso se cumplen las hipótesis del teorema, calcula el valor para el cual se verifica la tesis del mismo.

67.- Sea $f(x)=9x+6x^2-x^4$, se pide: a) Halla los puntos en los que la recta tangente a la gráfica de f(x) tiene pendiente 1. b) Calcula los puntos de inflexión de f(x).

68.- En agosto de 1548 el matemático Ludovico Ferrari le propuso a su colega Niccolo Fontana, apodado Tartaglia, el siguiente problema: "Halla dos números reales no negativos cuya suma sea 8 de manera que su producto multiplicado por su diferencia sea máximo". Obtén las soluciones de ste problema con dos decimales de aproximación.

69.- De la función $f(x)=\dfrac{ax^2+b}{a-x}, \quad con\ a\ ,\ b\in R$, sabemos que pasa por el punto (1,2), y que tiene una asíntota oblicua cuya pendiente es -6. a) Determina los valores de a y b de la función. b) Determinan, si existen, las asíntotas verticales de dicha función.

70.- Dada la función $f(x)=2-x^2\cdot e^{-x}$, se pide:

a) Halla las coordenadas de sus máximos y mínimos relativos.

b) Calcula, si existe, la ecuación de la asíntota horizontal por la derecha ($x\to+\infty$).

71.- Determinar los valores $a, b \in R$ para que la función $f(x) = a \cdot senx + b \cdot \cos x$ pase por el punto $\left(\frac{\pi}{4}, \sqrt{2}\right)$ y además cumpla que la pendiente de la recta tangente a la función en $x = \frac{\pi}{2}$ sea 5. Calcular la derivada 2008-ésima de dicha función.

72.- Calcular los límites siguientes:

$$a)\quad \lim_{x \to 0} \frac{x^3 - 8x^2 + 7x}{x^2 - x} \qquad\qquad b)\quad \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \left(\frac{2x}{\pi} + \cos x\right)^{\frac{1}{\cos x}}$$

73.- Enuncia el Teorma de Lagrange. Explica su interpretación geométrica.
Determina los valores de los parámetros $k, p \in R$ para que la función y=f(x) definida

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{k+x}{x-1} & si\ x \leq 0 \\ e^x + p & si\ x > 0 \end{cases}$$ verifique las hipótesis de dicho teorema en [-1 , 3].

74.- a) Enuncia el teorema de Bolzano.

b) ¿Se puede aplicar dicho teorema a la función $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$ en algún intervalo?.

c) Sea $g(x) = 2x - 1$, demostrar que f y g se cortan en algún punto.

75.- La velocidad de una partícula, medida en m/sg, está determinada en función del tiempo $t \geq 0$, medido en segundos, por la expresión $v(t) = (t^2 + 2t) \cdot e^{-t}$. Se pide:

a) ¿En qué instante de tiempo del intervalo [0 , 3] se alcanza la velocidad máxima?

b) Calcula $\lim_{t \to \infty} v(t)$. Interpreta el resultado.

76.- Sea la función $f(x) = \begin{vmatrix} 3x & 1 & 0 \\ 0 & x & 1 \\ -1 & 0 & x-6 \end{vmatrix}$

a) Determina su expresión polinómica

b) Determina sus puntos de inflexión y su curvatura.

77.-En cierto experimento la cantidad de agua en estado líquido C(t), medida en litros, está determinada en función del tiempo, medido en horas, por la expresión

$$C(t) = \frac{2}{3} + 10t + \frac{10}{t} + \frac{240}{t^3} \quad con\ t \in [1,10]$$

Halla cuál es la cantidad mínima de agua en estado líquido y en qué instante se produce entre t=1 hora y t=10 horas.

78.- a) Enuncia el Teorema de Bolzano

b) Demuestra que la ecuación $e^x + x^7 = 0$ tiene al menos una solución real.

c) Demuestra que , de hecho, dicha solución es única.

79.- a) Determinar los valores de a y b para que la siguiente función sea continua y de3rivable en x = 0 : $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + a & si\ x \le 0 \\ x^2 + be^x + 3 & si\ x > 0 \end{cases}$

b) Para dichos valores, determina la recta tangente a y=f(x) en el punto de abscisa x = 0.

80.- Sea la función $f(x) = 1 + x^2 \cdot e^{-x^2}$. Se pide:

a) Encuentra sus extremos relativos y analiza su monotonía.

b) Determina sus asíntotas.

SOLUCIONES

1.- $a)\ 0 \quad b)\ \frac{1}{3} \quad c)\ \frac{\sqrt{3}}{6} \quad d)\ 2$ **2.-** $a)\ \frac{1}{4} \quad b)\ \ln 2$ **3.-** y = -9 **4.-** No es derivable en x = 2. **5.-** No es derivable en x = 0. **6.-** Es continua en x = 0 pero no es deriv. en x=0.

7.- $a)\ y' = \frac{-1}{(x+2)^2} \quad b)\ y' = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} \quad c)\ y' = 0 \quad d)\ f'(x) = 0\ \forall x \ne 0$.

8.- $1)\ y' = \frac{-x^6 + 3x^4 - 8x^3 - 3x^2 + 18x - 8}{(x^4 + x^3 - 3x^2 + 4)^2} \quad 2)\ y' = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad 3)\ y' = \frac{4x \cdot \cos(x^2+1)}{3 \cdot \sqrt[3]{\mathrm{sen}(x^2+1)}}$

4) $y' = 2$ 5) $y' = \dfrac{\dfrac{1}{\cos^2(x/2)}}{1-\operatorname{tg}^2(x/2)}$ 6) $y' = \dfrac{-1}{(1+x)\cdot\sqrt{1-x^2}}$

7) $y' = \operatorname{sen}\left(\dfrac{2}{\operatorname{tg} x^3}\right)\cdot\dfrac{3x^2}{\operatorname{sen}^2 x^3}$ 8) $y' = (1+\ln x)\cdot x^x$

9.- 1) $y' = \dfrac{2x}{x^4+2x^2+2}$ 2) $y' = \left(-2\cdot\operatorname{sen} x\cdot\ln x + \dfrac{2\cos x}{x}\right)\cdot x^{2\cos x}\cdot\cos(x^{2\cos x})$

3) $y' = 3e^{3x}\cdot\sqrt{x^2+1} + \dfrac{xe^{3x}}{\sqrt{x^2+1}}$ 4) $y' = 5^{x-\frac{1}{2}}\cdot\left(\ln 5\cdot x^{\frac{9}{2}} + \dfrac{9}{2}\cdot x^{\frac{7}{2}}\right)$ 5) $y' = \dfrac{-2}{\sqrt{1-4x^2}}$

6) $y' = \dfrac{5}{4}\operatorname{tg}^4\left(\sqrt{\operatorname{sen}\left(\dfrac{x}{2}\right)}\right)\cdot\dfrac{\cos(x/2)}{\sqrt{\operatorname{sen}(x/2)}\cdot\cos^2\left(\sqrt{\operatorname{sen}(x/2)}\right)}$ 7) $y' = \dfrac{-1}{x\cdot\ln x}$ 8) $y' = \pi\cdot\ln 2\cdot\cos\pi x\cdot 2^{\operatorname{sen}\pi x}$

10.- *b*) $f'(x) = \dfrac{1}{1-\operatorname{sen} x}$

11.- *a*) $y' = \dfrac{1}{x^2-1}$ *b*) $y' = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{\operatorname{sen} x\cdot\cos x}$ *c*) $y' = \dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{x}{x^2-1} - \dfrac{2}{x}$ *d*) $y' = -\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{1}{1+x}$

e) $y' = \left(\ln(\ln x) + \dfrac{x+1}{x\cdot\ln x}\right)\cdot(\ln x)^{x+1}$ *f*) $y' = \left(e^x\cdot\ln x + \dfrac{e^x}{x}\right)\cdot x^{e^x}$ *g*) $y' = \left(\dfrac{\ln x}{\cos^2 x} + \dfrac{\operatorname{tg} x}{x}\right)\cdot x^{\operatorname{tg} x}$

h) $y' = \dfrac{3x^2+2x}{4\cdot\sqrt[4]{(x^3+x^2)^3}}$

12.- a) x = 3. b) x = 0. c) $x = \dfrac{\pi}{4} + k\cdot\pi \quad con\ k\in Z$.

13.- a) m = 2 , n = -1 . b) En ningún punto .

14.- $f^n(x) = 2^n\cdot e^{2x}$ **15.-** 0. **16.-** No es derivable en x = 0. **17.-** x = arccos(2/π).

19.- a = 4/25 , b = - 1/25

20.- a) Máximo en x = -1 , mínimo en x = 3 , P. I. en x = 1.

b) Mínimo en x = 0. c) Máximo en x = 0 , P. I. en $x = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ y $x = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

d) Mínimo en x = 0 , P. I. en x = -1.

21.- a) Máximo en x = 4/3. Mínimo en x = 4. Es creciente para : x<0 , 0<x<4/3 y x>4. Es decreciente para: 4/3<x<2 y 2<x<4.

b) Creciente en (-∞ , -1) y (-1 , 0). Decreciente en (0 , 1) y (1 , ∞). Máximo relativo en x = 0.

c) Creciente en $\left(-\infty,-\sqrt{3}\right) y \left(\sqrt{3},\infty\right)$. Decreciente en $\left(-\sqrt{3}-1\right),\left(-1,1\right) y \left(1,\sqrt{3}\right)$.

Máximo en $-\sqrt{3}$. Mínimo en $\sqrt{3}$.

d) Mínimo en $x_0 \in (1,2)$ y máximo en $x_1 \in (3,4)$.

Crece en $(-\infty,0),(0,x_0),(x_1,4)\ y\ (4,\infty)$. $\quad$ *Decrece en* $(x_0,3)\ y\ (3,x_1)$.

22.- a) Cóncava en todo R. b) Cóncava para x>0. Convexa para x<0. P.I. en x=0.

c) Cóncava para x>-2. Convexa para x<-2. P.I. en x=-2.

d) Convexa para x>-1. No tiene puntos de inflexión.

23.- Punto de tangencia P(3,-3). Corta también en x = 0.

24.- c = 1. Extremo relativo en x = 1. No es máximo ni mínimo.

25.- Crece para cosx > 0. Decrece para cosx < 0. Máx. en x = π/2, mín. en x =3π/2.

26.- 1) 0. 2) e^{-3}. 3) 1. 4) 2. 5) 1. 6) 1/3. 7) 1/8. 8) 1.

27.- No. No es continua en x = 2. **28.-** No. No es derivable en x = 1.

30.- a = -3. b = 4. **31.-** Aplicar teorema del valor medio a f(x) en [1, e].

32.- Velocidad media $v_m = \dfrac{\ln 3}{2}$, la alcanza en $t = \dfrac{2-\ln 3}{\ln 3}$.

33.- 20x10 cm. **34.-** Lado base = 4 cm. Altura = 5 cm. **35.-** $x = \dfrac{-1}{\sqrt{3}}$

36.-a) v = 90,9090... km/h. b) Aproximadamente 8,97 litros. **37.-** Dos partes de 1 gr.

38.- a) Radio base = $\sqrt{\dfrac{2}{3}} \cdot R$. Altura = $\dfrac{2}{\sqrt{3}} \cdot R$.

b) Radio base = $\dfrac{R}{\sqrt{2}}$. Altura $\dfrac{2R}{\sqrt{2}}$.

39.- Amplitud del ángulo del sector $2\pi \cdot \sqrt{\dfrac{2}{3}}$.

40.- A 18 m del pie del poste de 18 m de altura (o a 12 m del pie del poste de 12 m)

44.- Dimensiones : 5 x 10 cm.

45.- Lado de la base = 10 m. Altura = 5 m. **49.-** a = 2 . b = 19

50.- No lo cumple. Para ser continua en [0 , π] , debería ser f(0) = 1, que no coincide con f(π) = -1. En (0 , π) no hay puntos de tangente horizontal.

51.- $a \in R$, $b = 3$

52.- $a = -\frac{3}{2}$, $b = \frac{1}{2}$, $c = -2$ **53.-** $\frac{1}{3}$ **54.-** 2

55.- base 6 cm , altura 9 cm. **56.-** 325 unidades

57.- Trozo cuadrado : $\frac{400}{4+\pi}\,m$. Trozo circunferencia: $\frac{100\pi}{4+\pi}\,m$.

58.- a) b = 16 , c = -20 b) Recta tangente: y – 1 = 3(x – 1)

59.- 10 cm de lado de la base y 5 cm de altura.

60.- f es decreciente en (0 , e) ; f es decreciente en (e , +∞). Mínimo en x = e.

F es convexa en $(0, e^{3/2})$ y cóncava en $(e^{3/2}, +\infty)$

61.- a) b = -5 , c = 8 , d = -1 b) Máximo relativo en x = 4/3 ; mínimo relativo en x = 2. Creciente en (-∞ , 4/3) y (2 , +∞). Decreciente en (4/3 , 2).

62.- a = 3 , b = -6 , c = 0.

64.- b) (0 , 2) y (-2 , 0). c) Mínimo relativo en $\left(-3, -e^{-3}\right)$. d) P. I. en $\left(-4, -2\cdot e^{-4)}\right)$

65.- b) x = 0 b) $b = \frac{3}{2}$ **66.-** a) No b) Si c) x = 5.

67.- a) x = -1 , x = 2. b) x= -1 , x = 1 **68.-** 6´31 y 1´69

69.- a) a = 6 b = 4 b) x = 6. **70.-** a) Máx en x = 0, mín en x = -2 b) y= 2

71.- a = 6 , b = -5 $f^{2008)}(x) = 6\cdot senx - 5\cdot \cos x$

72.- a) -7 b) $e^{\frac{2}{\pi}-1}$. **73.-** k = -2 , p = 1.

75.- a) $t = \sqrt{2}\ sg$ b) $\lim_{t\to\infty} v(t) = 0$

76.- a) $f(x) = 3x^3 - 18x^2 - 1$ b) P I en x = 2 $(-\infty,2)$ *convexa*, $(2,+\infty)$ *cóncava*.

77.- 42,8888 litros , t = 3 horas **79.-** a) a =1 , b = -2. b) y = -2x + 1

80.- a) Max en x =-1 y x = 1. Min en x = 0. Crece en $(-\infty,-1) \cup ((0,1)$; decrece en $(-1,0) \cup (1,+\infty)$. b) Asíntotas: y = 1